Chapitre 13 : résolution d'équations du premier degré.

I. Définition.

Définition 1 : Résoudre une équation d'inconnue x, c'est trouver par quelle valeur remplacer x pour que l'égalité soit vraie.

Pour cela, on utilise les règles de calcul sur les égalités, vues au Chapitre 4 (Propriété 5).

II. Quelques équations classiques.

Propriété 1 : L'équation d'inconnue x de la forme $x+b=a$ admet une solution unique : $x=a-b$.
On note : $S = \{(a-b)\}$.

Démonstration:
$x + b = a$
$x + b - b = a - b$
$x = a - b$. (on calcule cette valeur)

Propriété 2 : L'équation d'inconnue x de la forme $bx = a$ admet une solution unique si $b\neq 0$: $x = \frac{a}{b}$.

On note : $S = \{(\frac{a}{b})\}$.

Démonstration : ($b\neq 0$)
$bx = a$
$\frac{bx}{b} = \frac{a}{b}$.
$x = \frac{a}{b}$. (on calcule cette valeur)

Remarque:
Si $b = 0$, on a l'équation $0x = a$.
>Si $a=0$, on a l'équation $0\times 0=0$.Cette égalité est vraie pour toute valeur réelle de x, on note S= IR.
IR : ensemble des nombres réels.
>Si $a\neq 0$,on a l'équation $0\times x=a$. Cette égalité n'est vraie pour aucun nombre réel, on note $S = \varnothing$.
$\varnothing$: ensemble vide.

III. Méthode générale de résolution.

Méthode :

1/ Enlever les parenthèses devant lesquelles on a « + » ou « – » (uniquement celles-là), des deux côtés de l'égalité.

2/ Développer les parenthèses devant lesquelles on a « × » ou rien du tout (« omission du signe × » , voir II), des deux côtés de l'égalité.

3/ Réduire chacun des deux côtés de l'égalité.

4/ En soustrayant ou en additionnant à chaque fois la même chose des deux côtés de l'égalité, s'arranger pour avoir à gauche tous les termes en x^2 et en x, et à droite les termes constants (il faut plusieurs lignes de calcul pour y arriver).

5/ Réduire à nouveau de chaque côté.

6/ On obtient une équation de la forme $bx = a$. On suit alors le modèle de la démonstration de la Propriété 2 , sans s'occuper de savoir si les nombres a et b sont des fractions, des racines carrées, ou n'importe quel type de nombres (tant qu'ils ne contiennent ni x, ni x^2).

7/ Si le résultat obtenu est une <u>fraction</u>, la laisser sous forme fractionnaire, mais l'écrire sous la forme $\frac{a}{b}$ ou $-\frac{a}{b}$, et la simplifier le plus possible. Calculs sur les fractions : voir suite du cours.

8/ Ecrire S = {...}

Exemple :

$2 - (3x + 7 - x) + 3x (x - 2) = x (7x + 1) - 2 - 4x^2$ $2 - 3x - 7 + x + 3x (x - 2) = x (7x + 1) - 2 - 4x^2$	Etape **1**/ : <u>Enlever les parenthèses</u> précédées par + ou - .
$2 - 3x - 7 + x + 3x (x - 2) \quad = \quad x (7x + 1) - 2 - 4x^2$ $2 - 3x - 7 + x + 3x^2 - 6x \quad = \quad 7x^2 + x - 2 - 4x^2$	Etape **2**/ : <u>Développer</u> les autres parenthèses.
$3x^2 - 3x + x - 6x + 2 - 7 = 7x^2 - 4x^2 + x - 2$ $3x^2 \quad - 8x \quad - 5 \quad = \quad 3x^2 \quad + x - 2$ $3x^2 - 8x - 5 = 3x^2 + x - 2$ 1° étape de calcul : $\cancel{3x^2} - 8x - 5 \mathbf{-\cancel{3x^2}} = \cancel{3x^2} + x - 2 \mathbf{-\cancel{3x^2}}$ On peut simplifier car $3x^2 - 3x^2 = 0$. Il reste : $- 8x - 5 = + x - 2$ 2° étape de calcul : $- 8x \cancel{- 5} \mathbf{\cancel{+ 5}} = + x - 2 \mathbf{+ 5}$ On peut simplifier car $- 5 + 5 = 0$. Il reste : $- 8x = + x - 2 + 5$ 3° étape de calcul : $- 8x \mathbf{- x} = \cancel{+ x} - 2 + 5 \mathbf{\cancel{- x}}$ On peut simplifier car $+ x - x = 0$. Il reste : $- 8x \mathbf{- x} = - 2 + 5$	Etape **3**/ : <u>Réduire</u> de chaque côté. Grouper les termes par type (x, x^2, constantes), puis calculer le total de chaque type. Etape **4**/ : « S'arranger », en faisant la même opération de chaque côté (*plusieurs étapes de calcul*), pour avoir tous les <u>termes en x^2 ou en x à gauche</u>, et toutes les <u>constantes à droite</u>.
$- 9x = 3$	Etape **5**/ : <u>Réduire</u> à nouveau de chaque côté.
Ici, b = – 9 et a = 3. $- 9x = 3$ $\frac{-9x}{-9} = \frac{3}{-9}$ $x = \frac{3}{-9}$	Etape **6**/ :Suivre la démonstration de la <u>pté 2</u>: $bx = a$ $\frac{bx}{b} = \frac{a}{b}$. $x = \frac{a}{b}$.
$x = \frac{3}{-9} = - \frac{1}{3}$	Etape **7**/ : <u>Simplifier</u> le résultat.
$S = \{- \frac{1}{3}\}$	Etape **8**/ : Ecrire S = {...}

Pour s'entraîner à la maison (certaines équations sont à faire après avoir vu le calcul sur les fractions) :

Equation	**Solution**	**Equation**	**Solution**
33-17x = 6x-13	2	3-0,5(4x-7) = 7-[0,1-(3,4x-1)]	$\frac{1}{9}$
-1+7x = -12-(5x+13)	-2	4,3x-(4,5+7,2x) = 2[3x-(7,1-0,4x)]	1
15x-2(3-x) = 5x+6	1	5,7x+3[7-0,3(14+25x)] = 0	$\frac{1}{2}$
2x-23 = 23x-[7-(3-2x)]	-1	17x-3(5+9x) = 5(2x-3)	0
37-(3+7x) = 7-2x	$\frac{27}{5}$	23x+2(9-18x) = 5-13x	∅
5x-19 = 24x-(3x+13)	$-\frac{3}{8}$	17-[3-2(5-3x)] = 6(4-x)	IR
13x+2(7-3x = 4x-(9-2x)	-23	25+2[3x-(4-2x)] = 5(2x-1)	∅